1.3 实验和事件 2019年10月14日11点36分

定义1.3.1 实验和事件 一项实验可以是任意真实或假设过程, 其可能结果在实验之前都能够确定. 事件是一组实验可能结果的良好定义集合.

这个定义的广度使我们可以将几乎任何可以想象的过程称为实验，无论其结果是否已知。 每个事件的概率将是我们说出事件中实验结果的可能性的方式。并非每组可能结果都能称为事件。

1.4 集合理论 2019年10月14日11点48分

定义1.4.1 样本空间 一项实验的所有可能结果的集合被称为该实验的样本空间.

可以将实验的样本空间视为不同可能结果的集合。每个结果都可以被视为样本空间中的一个点或一个元素。类似地，事件可以被认为是样本空间的子集。

集合理论的关系 令S表示某些实验的样本空间. 然后将实验的每个可能结果s称为空间S的成员，或者属于空间S. 声明s是S的成员的说法由关系表示. 当实验已经执行并且我们说某个事件E已经发生时, 意味着有两个等价的事件出现. 一个是实验的结果满足指定事件E的条件, 另一个是结果被视为样本空间中的一个点，是E的元素.

条件1 样本空间必须是一个事件.

定义1.4.2 包含关系 如果集合的每个元素都属于集合，则称集合包含于集合中. 两个事件之间的这种关系由表达式表示, 这是集合理论的表达式. 换句话说，是的子集. 等效地，如果，我们可以说包含并可以写成.

定理1.4.1 设和是事件. 则. 如果并且, 则. 如果并且, 则.

对于事件, 意味着如果发生则同样发生.

定义1.4.3 空集 S的子集如果没有元素则被称为空集, 或零集, 用符号表示.

空集意味着任何事件都不会发生.

定理1.4.2 设是一个事件. 则.

定义1.4.4 可数/不可数。如果的元素与自然数集合之间存在一一对应关系, 则无限集合是可数的. 如果集合既不是有限的也不是可数的, 则是不可数的. 如果我们说一个集合最多包含许多元素, 则意味着该集合是有限的或可数的.

定义1.4.5 补集 集合的补集定义为样本空间S中不属于的所有元素组成的集合. 用符号表示的补给.

条件2 如果是一个事件, 则同样也是一个事件.

定理1.4.3 设是一个事件. 则

空集也是一个事件.

定义1.4.6 两个集合的并集 如果和是任意两个集合，则和的并集定义为包含的结果,的结果, 和同时包含和结果的集合.

定理1.4.4 对于所有集合和,

如果, 则.

定义1.4.7 多个集合的并集. n个集合定义为包含这个n个集合全部结果的集合，用符号表示为:

无穷并集定义为.

条件3 如果是棵树的事件集合, 则同样是一个事件.

定理1.4.5 有限数量事件的并集是一个事件.

定理1.4.6 结合律 对于任意三个事件和, 满足下列结合律：

定义1.4.8 两个集合的交集 如果和是任意集合, 则和的交集定义为同时包含和结果的子集. 和的交基用符号表示.

定理1.4.7 如果和是事件, 则同样也是事件. 对于所有的事件和,

除此之外, 如果, 则.

定义1.4.9 多集合交集 n个集合的交集定义为包含这n个集合共同元素的集合. 该交集用符号或表示. 相似的符号也用于无穷集合序列或任意集合的交集.

定理1.4.8 结合律 对于任意三个事件和, 满足下列结合律：

定义1.4.10 不相交/互斥 如果和没有共同结果, 也就是如果. 则和被称为不相交或互斥. 对于一组集合, 如果对所有的成立, 则这组集合被称为不相交的.

定理1.4.9 德·摩根定律 对任意两个集合和,

定理1.4.10 分配律 对任意三个集合和,

定理1.4.11 分割集合. 对于任意两个集合和, 和是不相交的并且

除此之外, 和是不相交的并且

1.5 概率的定义

公理1 对于每一个事件, .

公理2 .

公理3 对于每一组不相交事件的无穷序列，存在

定义1.5.1 概率 为样本空间S中每一个事件指定数字并且所有事件满足公理1，2和3的过程被称为概率测量或简称概率.

定理1.5.1 .

定理1.5.2 对于n个有限离散事件,

定理1.5.3 对每一个事件,.

定理1.5.4 如果, 则.

定理1.5.5 对每一个事件, .

定理1.5.6 对任意两个事件和,

定理1.5.8 邦费罗尼不等式 对所有事件,

1.7 计数方法 2019年11月11日10点32分

1.7.1 两部分实验的乘法法则 考虑具有以下两个特征的实验：

* 实验分为两个部分.
* 第一部分有个不同结果并且不论哪一个结果发生, 实验的第二部分有个输出结果.

这种类型的实验刚好有个结果.

1.7.2 乘法法则 假设一个实验有个部分()，该实验的第部分可以有个可能的结果()并且每个部分中的所有结果都可以发生，而与其他部分发生了哪些具体结果无关. 实验的样本空间将包含形如()的所有向量，其中是第部分的个可能结果之一(). 这些向量在中的总数等于乘积.

定义1.7.1 排列 假设一个集合有个元素. 假设一项实验包括一次选择个元素而不放回. 令每个结果按所选顺序包含个元素. 每个这样的结果称为个元素一次取个的排列. 我们用符号表示这种不同排列的总数量.

定理1.7.3 排列数量 个元素一次取个的排列的数量为.

定理1.7.4 排列数量 个元素一次取个的排列的数量为

定理1.7.5 斯特林公式 设

则. 变换, 得到

1.8 组合方法 2019年11月18日09点39分

定义1.8.1 组合 考虑具有个元素的集合. 从该集合中选择的大小为的每个子集称为个元素一次取个的的组合. 我们用符号表示这样的组合的数量.

定理1.8.1 组合 个元素一次取个的不同子集的数量为

定义1.8.2 二项系数 也可以用符号表示. 也就是，当

使用该符号时, 一般被称为二项系数.

定理1.8.2 二项定理 对于所有和值以及每个正整数,

定理1.8.3 对所有的值,

对所有的值和所有的